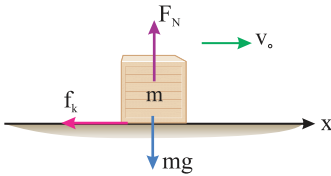




گزینه ۳

۱

ابتدا شتاب جسم را به دست می‌آوریم. باتوجه به نیروهای وارد بر جسم شتاب جسم برابر است با:



$$-f_k = ma \Rightarrow -\mu_k F_N = ma \xrightarrow{F_N = mg} -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g$$

با استفاده از معادله مستقل از زمان، ضریب اصطکاک لغزشی جسم با سطح برابر است با:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x = 0 - (20)^2 = 2(-\mu_k g)(40) \Rightarrow \mu_k g = 5 \Rightarrow \mu_k = 0.5$$

گام اول: هنگامی که دو شخص یکدیگر را هل می‌دهند، حرکت آن‌ها شتابدار است و پس از جدا شدن از یکدیگر حرکت آن‌ها سرعت ثابت خواهد شد. بنابراین انرژی جنبشی شخص A، پس از $t = 0/3 \text{ s}$ ثابت می‌ماند.

$$k_{A(t=0/3 \text{ s})} = k_{A(t=4 \text{ s})} = 225 \text{ J}$$

گام دوم: تندی شخص A، هنگام جدا شدن برابر است با:

$$k_A = \frac{1}{2} m v_A^2 \Rightarrow 225 = \frac{1}{2} \times 50 \times v_A^2 \Rightarrow v_A = 3 \text{ m/s}$$

گام سوم: بزرگی نیروی وارد بر شخص A از طرف شخص B، در مدت $0/3 \text{ s}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{3 - 0}{0/3} = 10 \text{ m/s}^2$$

$$F_{BA} = m a_A = 50 \times 10 = 500 \text{ N}$$

گام چهارم: طبق قانون سوم نیوتون بزرگی نیرویی که شخص A به B وارد می‌کند همان‌اندازه نیرویی است که شخص B به A وارد می‌کند، بنابراین:

$$F_{AB} = F_{BA} = 500 \text{ N}$$

اگر شتاب در بازه زمانی صفر تا ۱ ثانیه، ۱ تا ۲ ثانیه و همچنین ۲ تا ۲/۵ ثانیه را به ترتیب با a_1 ، a_2 و a_3 نشان دهیم، می‌توان نوشت:

$$a_1 = \frac{10}{5} = 2 \text{ m/s}^2 \quad a_2 = \frac{6}{5} = 1/2 \text{ m/s}^2 \quad a_3 = \frac{1}{5} = 1/6 \text{ m/s}^2$$

اگر تغییرات سرعت در این سه بازه را به ترتیب با Δv_1 ، Δv_2 و Δv_3 نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$\Delta v_1 = a_1 \Delta t_1 = 2 \times 1 = 2 \text{ m/s}$$

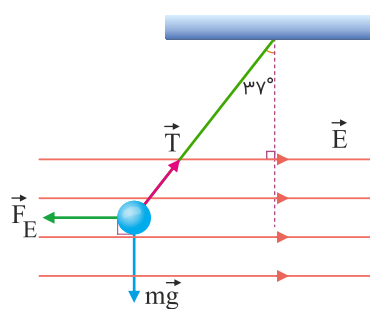
$$\Delta v_2 = a_2 \Delta t_2 = 1/2 \times 1 = 1/2 \text{ m/s}$$

$$\Delta v_3 = a_3 \Delta t_3 = 1/6 \times 0/5 = 0/8 \text{ m/s}$$

باتوجه به اینکه جسم از حال سکون به حرکت در می‌آید، سرعت نهایی برابر است با:

$$v = \Delta v_1 + \Delta v_2 + \Delta v_3 = 2 + 1/2 + 0/8 = 4 \text{ m/s}$$

به ذره باردار، سه نیروی وزن، الکتریکی و کشش نخ وارد می‌شود. باتوجه به این که ذره باردار در حالت تعادل قرار دارد، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است، پس:



$$\vec{T} + m\vec{g} + \vec{F}_E = 0 \Rightarrow \vec{T} = (m\vec{g} + \vec{F}_E)$$

$$\Rightarrow T = \sqrt{(mg)^2 + F_E^2}$$

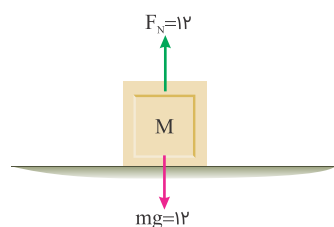
اندازه نیروهای وزن و الکتریکی را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} mg = 30 \times 10^{-3} \times 10 = 0.3 \text{ N} \\ F_E = E|q| = 10^5 \times 4 \times 10^{-6} = 0.4 \text{ N} \end{cases}$$

برآیند دو نیروی وزن و الکتریکی برابر نیروی کشش نخ است، پس:

$$T = \sqrt{(mg)^2 + (F_E)^2} = \sqrt{0.3^2 + 0.4^2} = 0.5 \text{ N}$$

در ابتدا سه نیروی F_1 و F_2 و F_3 اثر یکدیگر را خنثی می‌کنند پس نیروی خالصی از جانب این سه نیرو باقی نمی‌ماند و f_s هم برابر صفر خواهد بود و تنها نیرویی که از طرف سطح به جسم اعمال می‌شود، $F_N = 12 \text{ N}$ می‌باشد.



پس از حذف F_1 داریم:

پس از حذف F_1 ، اندازه برآیند دو نیروی باقی‌مانده برابر اندازه نیروی F_1 خواهد بود:

$$f_{s_{\max}} = \mu_s F_N = 0.5 \times 12 = 6$$

پس جسم در جهت برآیند دو نیروی F_2 و F_3 ، در آستانه حرکت است و نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم برابر 6 N خواهد بود:

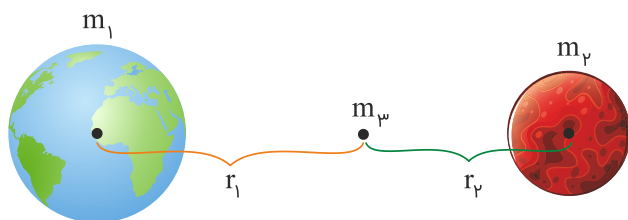
$$R = \sqrt{f_{s_{\max}}^2 + F_N^2} = \sqrt{6^2 + 12^2} = 6\sqrt{5} \text{ N}$$

پس نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند با حذف نیروی F_1 ، $\frac{\sqrt{5}}{2}$ برابر می‌شود.

$$P = \tau t^{\tau} + \gamma t \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2s, & P_1 = 30 \text{ kgm/s} \\ t_2 = 3s, & P_2 = 57 \text{ kgm/s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{57 - 30}{3 - 2} = 27 \text{ N}$$

اگر m_1 جرم زمین، m_2 جرم مریخ و m_3 جرم جسم باشد، خواهیم داشت:



$$F_1 = F_2 \Rightarrow \frac{Gm_1m_3}{r_1^2} = \frac{Gm_2m_3}{r_2^2}$$

$$\frac{9}{r_1^2} = \frac{1}{r_2^2} \Rightarrow \frac{3}{r_1} = \frac{1}{r_2} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = 3$$

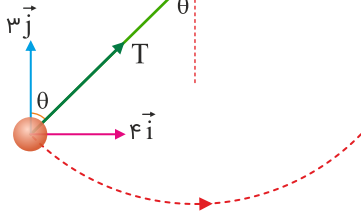
نیروی اصطکاک بین کاغذ و توپ، به توپ در جهت راست وارد شده و باعث شتاب گرفتن توپ به سمت راست خواهد شد.

به گلوله آونگ دو نیروی وزن و کشش نخ وارد می‌شود که طبق قانون دوم نیوتون، برآیند این دو نیرو برابر $m\vec{a}$ است؛ پس:

$$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a} \Rightarrow -0.4 \times 10 \vec{j} + \vec{T} = 4\vec{i} - \vec{j} \Rightarrow \vec{T} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$$

بنابراین بردار نیروی کشش نخ که در راستای نخ است در این لحظه به صورت شکل زیر است. طبق شکل زاویه نخ با راستای قائم برابر است با:

$$\tan \theta = \frac{4}{3} \Rightarrow \theta = 53^\circ$$



بزرگی نیروی کشش نخ هم برابر $T = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ N}$ است.

۱- عکس‌العمل نیروی شخص به طناب: طناب به شخص

۲- نیروی وزن: مرکز کره زمین به شخص

۳- نیروی عمودی تکیه‌گاه و نیروی اصطکاک: سطح افقی به شخص

می‌دانیم شیب نمودار $p - t$ برابر با نیرو است. در بازه t_1 تا 0 شیب نمودار $p - t$ مقداری ثابت و منفی است و در بازه t_1 تا t_2 شیب نمودار $p - t$ صفر است. در بازه t_2 به بعد شیب نمودار $p - t$ متغیر است (منفی و در حال کاهش) که این توضیحات با گزینه ۱ همخوانی دارد.

گام اول: ابتدا شتاب جسم پس از قطع نیروی نخ را به دست می‌آوریم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 20^2 = 2 \times a \times (25) \Rightarrow a = -8 \text{ m/s}^2$$

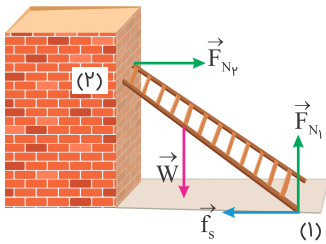
گام دوم: پس از قطع طناب نیروی خالص وارد بر جسم، نیروی اصطکاک است که طبق قانون دوم نیوتون برابر است با:

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -f_k = 2 \times (-8) \Rightarrow f_k = 16 \text{ N}$$

گام سوم: قانون دوم نیوتون را برای قبل از قطع شدن نخ می‌نویسیم تا بزرگی نیروی کشش نخ به دست بیاید:

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \Rightarrow T - f_k = ma \Rightarrow T - 16 = 2 \times 2 \Rightarrow T = 20 \text{ N}$$

شکل زیر، نیروهای وارد بر نردبان را نشان می‌دهد.
نیروهای افقی باهم و نیروی قائم باهم خنثی می‌شوند.



$$F_{N_1} = W, F_{N_2} = f_s$$

در شکل (ب) نردبان دیوار را بیشتر از شکل (الف) فشرده می‌کند؛ پس:

$$F_{N_2} \text{ در شکل (الف)} > F_{N_2} \text{ در شکل (ب)}$$

$$F_s \text{ در شکل (الف)} > F_s \text{ در شکل (ب)}$$

در یکی از شکل‌ها نردبان در آستانه حرکت و نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه است؛ قطعاً آن شکل، شکل (ب) است.

$$f_s \text{ در شکل (ب)} = f_{s_{\max}} = \mu_s F_{N_1} = \mu_s W$$

با توجه به نیرویی که سطح افقی در شکل (الف) به نردبان وارد می‌کند، وزن نردبان را مشخص می‌کنیم.

$$\vec{R} = (-f_s)\vec{i} + (F_{N_1})\vec{j} = (-8\text{ N})\vec{i} + (20\text{ N})\vec{j}$$

$$\Rightarrow F_{N_1} = 20\text{ N} \Rightarrow W = 20\text{ N}$$

$$f_{s_{\max}} = \mu_s W = 0.5 \times 20 = 10\text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{R} = (-10\text{ N})\vec{i} + (20\text{ N})\vec{j} \text{ در شکل (ب)}$$

باتوجه به صورت سؤال، این متحرک نهایتاً در آستانه حرکت قرار می‌گیرد.

* نیروی اصطکاک برای یک جسم ساکن:

$$f_s = F \text{ پیشان جسم به حال سکون باشد:}$$

$$f_s = \mu_s F_N \text{ جسم در آستانه حرکت باشد:}$$

با کم شدن نیروی دست، F_N کاهش یافته تا زمانی که نیروی $f_{s_{\max}}$ با نیروی وزن برابر شود.

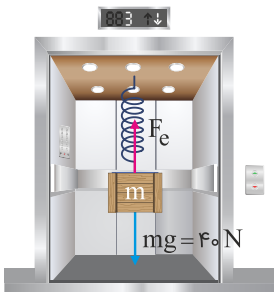
پس در همه حالات نیروی اصطکاک با نیروی وزن برابر است.

$$K = \frac{P_A}{P_B} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{\frac{P_A}{m_A}}{\frac{P_B}{m_B}} = \frac{\frac{9}{2}}{\frac{1}{1}} = \frac{9}{2}$$

$$k_2 = k_1 + \frac{44}{100}k_1 = \frac{144}{100}k_1$$

$$k = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{\frac{p_2^2}{2m}}{\frac{p_1^2}{2m}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{144}{100} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{12}{10} = \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow p_1 = 5 \text{ kg.m/s}$$

دو نیروی فنر و وزن مطابق شکل زیر به وزنه وارد می‌شوند. چون حرکت آسانسور کندشونده است، بردار شتاب در خلاف جهت حرکت آسانسور و به سمت بالا است.
طبق قانون دوم نیوتون تغییر طول فنر را به دست می‌آوریم:



$$F_e - mg = ma \Rightarrow 4000\Delta x - 40 = 4 \times 2 \Rightarrow \Delta x = \frac{12}{1000} \text{ m} = 1/2 \text{ cm}$$

طول فنر ۱/۲ cm افزایش می‌یابد و طول آن به ۴۱/۲ cm می‌رسد.

اگر نیروی افقی وارد بر جسم و همچنین نیروی اصطکاک دو برابر شود. (با در نظر گرفتن اینکه جرم جسم ثابت بماند)، شتاب نیز دو برابر خواهد شد. حال اگر نیروی افقی دو برابر شود و اصطکاک ثابت بماند، می‌توان نتیجه گرفت که شتاب جسم بیش از دو برابر خواهد شد.

گام اول: ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون، بردار نیروی کشش نخ را با دست می‌آوریم.

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_T + m\vec{g} = m\vec{a}$$

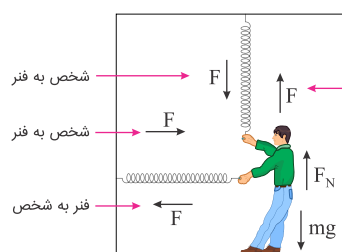
$$\vec{F}_T + (-0.2 \times 10\vec{j}) = 0.2 \times (2\vec{i} - 8/5\vec{j}) \Rightarrow \vec{F}_T = 0.4\vec{i} - 0.3\vec{j}$$

گام دوم: اندازه F برابر است با:

$$F_T = \sqrt{0.4^2 + 0.3^2} = 0.5 \text{ N}$$

ابتدا به نمایش نیروهای موجود می‌پردازیم:

باید به این نکته توجه داشت برای آن که شخص جابه‌جا نشود باید نیرویی که فنر افقی به شخص وارد می‌کند با $f_{s\text{max}}$ کف پای او و سطح آسانسور برابر شود.



$$F_{\text{فنر افقی}} = f_{s\text{max}}$$

در مرحله بعد باید F_N وارد به شخص محاسبه شود:

$$F_N + F_{\text{فنر عمودی}} - mg = ma \Rightarrow F_N + F_{\text{فنر عمودی}} = 160 + 800$$

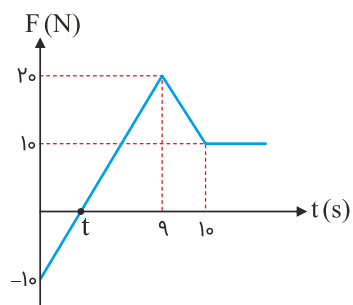
$$\Rightarrow F_N = 960 - F_{\text{فنر عمودی}}$$

با توجه به آنچه گفته شد ($F_{\text{فنر افقی}} = f_{s\text{max}}$) و برابر بودن کشش هر فنر داریم:

$$F = \mu_s F_N \Rightarrow F = \frac{1}{4}(960 - F) \Rightarrow F_{\text{max}} = 320 \text{ N}$$

از آن جا که با نیروها سروکار داریم، در ابتدا بررسی می‌کنیم که a چه تغییری می‌کند. در هر لحظه، شیب خط مماس بر نمودار، شتاب متحرک را در آن لحظه نشان می‌دهد. در بازه ۰ تا t_1 شتاب منفی و در بازه t_1 تا t_2 شتاب مثبت است. در کل بازه ۰ تا t_2 ، نیروی خالص وارد بر متحرک (F) در حال مثبت‌تر شدن و نیروی اصطکاک وارد بر آن در حال منفی‌تر شدن است. پس از روی رابطه $F - f_k = F_{\text{موتور}}$ می‌توان گفت نیروی جلوبرنده موتور نیز در حال مثبت‌تر شدن است و همواره افزایش می‌یابد.

با استفاده از شیب نمودار، زمان t را به دست می‌آوریم:



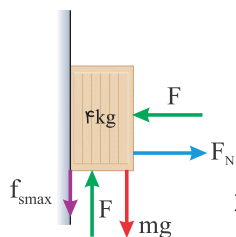
$$\frac{20 - (-10)}{9 - 0} = \frac{0 - (-10)}{t - 0} \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

مساحت زیر نمودار $F - t$ برابر است با: ΔP

$$\Delta P = \left(\frac{-3 \times 10}{2} \right) + \left(\frac{6 \times 20}{2} \right) + (10 + 20) \times \frac{1}{2} + (10 \times 5) = 110 \text{ kg.m/s}$$

$$\Delta P = m\Delta v \Rightarrow \Delta v = \frac{\Delta P}{m} = \frac{110}{5} = 22 \text{ m/s}$$

گام اول: جسم در آستانه حرکت رو به بالا است بنابراین جهت نیروی اصطکاک جنبشی رو به پایین است. همه نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



گام دوم: در حالت افقی $F = F_N$ و در حالت قائم $F = f_{s \max} + mg$ است:

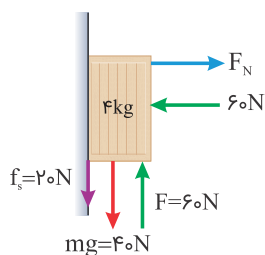
$$f_{s \max} = F_N \mu_s = 0.5F$$

$$\Rightarrow F = 0.5F + 40 \Rightarrow 0.5F = 40 \Rightarrow F = 80 \text{ N}$$

گام سوم: حال F_N و $f_{s \max}$ و در نهایت R را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} F_N = F = 80 \text{ N} \\ f_{s \max} = 0.5F = 40 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{F_N^2 + f_{s \max}^2} = \sqrt{80^2 + 40^2} = 40\sqrt{5} \text{ N}$$

گام چهارم: در حالتی که $F = 60 \text{ N}$ است وضعیت جسم را بررسی می‌کنیم:



$$F_N = F = 60 \text{ N}$$

$$f_{s \max} = \mu_s F \Rightarrow f_{s \max} = 0.5 \times 60 = 30 \text{ N}$$

جسم دیگر در آستانه حرکت نیست و $f_s = 20 \text{ N}$ رو به پایین به جسم وارد می‌شود. در این حالت R' را محاسبه می‌کنیم:

$$R' = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{20^2 + 60^2} = 20\sqrt{10} \text{ N}$$

گام پنجم: نسبت $\frac{R'}{R}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{R'}{R} = \frac{20\sqrt{10}}{40\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

در بازهٔ $(0, 5\text{ s})$ عدد ترازو کمتر از وزن شخص است، پس در این بازه بردار شتاب به سمت پایین است و حرکت آسانسور تندشونده است.

بنابراین در این بازه تندی آسانسور افزایش می‌یابد و آسانسور در $t = 5\text{ s}$ به بیشترین سرعت تا این لحظه می‌رسد. در بازهٔ $(5\text{ s}, 9\text{ s})$ ، عدد ترازو با وزن شخص برابر است، در نتیجه در این بازه تندی آسانسور ثابت است و همان تندی متحرک در $t = 5\text{ s}$ است. در بازهٔ $(9\text{ s}, 10\text{ s})$ عدد ترازو بیشتر از وزن شخص است. پس شتاب آسانسور به سمت بالا است و چون جهت حرکت آسانسور به سمت پایین است، حرکت آسانسور کندشونده و از تندی آسانسور کاسته می‌شود. پس بیشترین تندی در تمام لحظات بازهٔ $(5\text{ s}, 9\text{ s})$ است.

برآیند نیروهای وارد بر وزنه برابر $m\vec{a}$ است؛ پس:

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = 2 \times 3\vec{i} = +6\vec{i}$$

پس ما به دنبال مکانی هستیم که برآیند نیروها 6 N و در جهت محور x باشد. به وزنه سه نیروی F_{e_1} (نیروی فنر (۱))، F_{e_2} (نیروی فنر (۲)) و اصطکاک (f_k) وارد می‌شود. هنگامی که وزنه در سمت چپ $x = 0$ قرار دارد، دو نیروی فنر در جهت محور x و نیروی اصطکاک خلاف جهت محور x است، پس در این موقعیت برآیند نیروها برابر است با:

$$\begin{aligned}\vec{F}_{\text{net}} &= \vec{F}_{e_1} + \vec{F}_{e_2} + \vec{f}_k = (+400|x|)\vec{i} + (+300|x|)\vec{i} - (\mu_k F_N)\vec{i} \\ &= (700|x|)\vec{i} - (0/4 \times 20)\vec{i} = (700|x| - 8)\vec{i}\end{aligned}$$

حالا برآیند نیروهای به دست آمده را برابر $+6\vec{i}$ قرار می‌دهیم تا $|x|$ به دست بیاید:

$$700|x| - 8 = 6 \Rightarrow 700|x| = 14 \Rightarrow |x| = \frac{2}{100}\text{ m} \Rightarrow x = -2\text{ cm}$$